

# De la numérisation à la modélisation mécanique d'une structure complexe à parois minces

Jean-Louis Batoz

Sorbonne Universités-Université de  
Technologie de Compiègne,  
UMR 7337 et EA 7284  
Compiègne – France  
batoz@utc.fr

Cyprien Wolff

InSIC, Université de Lorraine,  
UMR 7563  
Saint-Dié des Vosges - France  
cyprien.wolff@mines-nancy.univ-lorraine.fr

Pascal Lardeur

Sorbonne Universités-Université  
de Technologie de Compiègne,  
UMR 7337 Compiègne-France-  
pascal.lardeur@utc.fr

Eduard Antaluca

Sorbonne Universités-Université de  
Technologie de Compiègne,  
EA 7284  
Compiègne- France  
eduard.antaluca@utc.fr

Ikram Slama

Ecole Nationale de Monastir  
Monastir-Tunisie  
ikram.slama.91@gmail.com

Fabien Lamarque

Sorbonne Universités-Université de  
Technologie de Compiègne,  
EA 7284  
Compiègne- France  
fabien.lamarque@utc.fr

**Résumé.** *L'article présente les étapes de numérisation et de la modélisation numérique d'une pièce de géométrie complexe afin d'obtenir les premiers modes et premières fréquences propres de vibration. Le sujet relève d'une démarche de rétro ingénierie mécanique en abordant trois aspects différents : le premier concerne les équipements et logiciels de numérisation pour définir un modèle géométrique 3D pertinent pour une modélisation numérique en dynamique dans le cas particulier d'une pièce élancée à parois minces et renforts multiples ; le second aspect concerne la question du choix et de l'influence du modèle éléments finis pertinent pour une analyse de structures minces, l'article présente les résultats obtenus par éléments finis 3D et par éléments finis de type coque ; le troisième aspect relève de la validation des résultats numériques en procédant à une évaluation expérimentale des premiers modes et fréquences et permettant ainsi une comparaison avec les résultats numériques obtenus par éléments finis 3D ou de type coques. La modélisation géométrique simplifiée et l'analyse par éléments finis de type coque s'avère simple et précise pour le type de pièce étudiée.*

**Mots-clés—** *structure complexe, numérisation, modélisation géométrique, modélisation mécanique, validation expérimentale*

## I. INTRODUCTION

Ce travail traite de la chaîne numérisation-modélisation géométrique-modélisation vibratoire de structures minces de formes géométriques complexes, dans l'esprit de la rétro ingénierie (absence de modèle initial de CAO 3D)[1][2][3]. Plusieurs objectifs sont ciblés : reconstitution d'un objet, soit géométriquement semblable au réel (aspect fabrication rapide par impression 3D [4]) soit mécaniquement semblable au réel (mêmes modes et fréquences de vibration par exemple). Le travail présente plusieurs challenges scientifiques avec le souci d'évaluer le rôle des erreurs de numérisation, de modélisations géométriques et de modélisations physiques avec comme valeurs de référence la masse et les caractéristiques vibratoires

de l'objet réel. Dans ce travail, nous avons considéré une pièce mécanique, décrite en section II et qui présente des caractéristiques géométriques particulières (pièce élancée à parois minces, avec de nombreux raidisseurs). La pièce présente des difficultés pour ce qui concerne la numérisation dans la perspective d'aboutir à un modèle géométrique 3D complet (section II) et également des difficultés de modélisations comportementales par éléments finis (section IV). Ce travail s'inscrit dans la démarche de reconstitution d'objets techniques du patrimoine (type table d'harmonie, pièces de structure automobiles ou aéronautiques) et s'interroge sur la nécessité de reconstruire « fidèlement » une pièce complexe à parois minces en vue de mener certaines études mécaniques par éléments finis, comme une analyse fréquentielle, en utilisant soit des éléments solides (si une reconstruction de la pièce en volume est réalisée) ou de type coque (si la surface moyenne de la pièce est représentée).

## II. NUMERISATION ET RECONSTRUCTION VOLUMIQUE

La pièce test étudiée provient d'un toner d'imprimante HP (Figure 1). Sa largeur et sa longueur sont de 50mm et de 250mm respectivement et sa faible épaisseur est de 1.1mm. La pièce est réalisée en polystyrène. Une des principales difficultés géométriques de cet objet est la présence de nombreux raidisseurs. Ces structures à paroi fine, comme nous le verrons dans la suite, rendent leurs numérisations fastidieuses.



Figure 1. PIÈCE REELLE A NUMERISER.

#### A. Numérisation de la pièce

La numérisation de la pièce a été réalisée au sein de l'Institut Supérieur d'Ingénierie de la Conception (InSIC) à Saint-Dié des Vosges. L'équipement de numérisation utilisé est un dispositif optique de type OptoTOP-HE de chez BREUCKMANN [5] utilisant la technique de la lumière structurée (voir Figure 2). Le principe de cette technique consiste à projeter différentes raies de lumière sur la surface de l'objet créant un réseau déformé. L'enregistrement de ce réseau est réalisé au moyen d'une caméra dont l'angle d'observation fait un angle non nul avec la direction de projection. En analysant l'intensité, le contraste des franges et leur déformation, le modèle numérique de la pièce est généré par le logiciel OPTOCAT 2013 (fourni avec le dispositif BREUCKMANN) sous la forme d'un nuage de points dont leur position est déterminée par triangulation. Cette technique convient bien aux surfaces courbes. Elle permet également de capturer un grand nombre de points dans des temps relativement courts avec des précisions pouvant atteindre la dizaine de microns. Toutefois, cette technologie doit être utilisée dans un environnement dont la lumière ambiante est inférieure à la lumière projetée. De plus, comme la plupart des techniques optiques (triangulation laser,...), il est difficile de numériser des surfaces sombres (qui absorbant la lumière) ou brillante ou transparente. Dans ces conditions, un poudrage de la pièce est nécessaire pour faciliter l'acquisition.



Figure 2. DISPOSITIF DE NUMERISATION.

Dans cette étude, la pièce n'a pas nécessité de poudrage. 25 prises vues avec un champ de type HE-175 (160mm (largeur) x 100mm (hauteur) x 100mm (de profondeur de champ) ont été réalisées pour obtenir la géométrie complète. La pièce a été balayée, pour chacune des faces, plusieurs fois dans le sens de

sa longueur (3 images sont nécessaires pour une longueur), selon quatre angles (0°, à 90°, à 180° et à 270°), afin d'obtenir différentes orientations de l'éclairage de la pièce pour capturer un maximum d'informations sur sa géométrie. Pour chaque prise de vue, l'objet a été déplacé manuellement en s'assurant que la partie à scanner est positionnée à la distance focale de la caméra. Pour chaque vue, deux luminosités ont été utilisées. L'une est réglée à une luminosité à la limite de la saturation et l'autre est déjà saturée ce qui permet de capturer, « dans l'idéal », les zones les plus sombres de l'objet. Après numérisation complète de la pièce, toutes les vues ont été réalignées et les points définissant une même zone ont été fusionnés par le logiciel OPTOCAT. Le temps de numérisation de la pièce de la Figure 1 a été d'environ 1H45. A la fin de cette opération, un fichier de format STL de la pièce a été généré puis transféré pour un post-traitement dans GEOMAGIC-Studio 2014 [6].

#### B. Post-traitement du modèle numérique de la pièce

GEOMAGIC-Studio 2014 est un logiciel de post-traitement efficace permettant de traiter les fichiers STL. Dans ce format, les points sont reliés par des segments pour former un maillage modélisant la surface de la pièce. Ce logiciel dispose d'une fonctionnalité permettant automatiquement d'éliminer les arêtes non cohérentes, les auto-intersections, les arêtes fortement plissées, les pics, les petits composants, les petits tunnels et les petits trous.

La pièce traitée ici possède des raidisseurs dont l'épaisseur est difficile à capturer avec le champ de la caméra. Leurs surfaces numérisées ne sont pas planes et leurs arêtes ne sont pas nettes. De plus, les raidisseurs forment des cavités profondes difficiles ou impossibles à numériser formant des trous dans le maillage STL de la pièce (Figure 3). Ces derniers peuvent être remplis par le logiciel en tenant compte des courbures locales de la surface environnante. Toutes ces étapes de post-traitement ont été indispensables pour obtenir un fichier STL le plus propre possible. Pour la pièce de la Figure 1, 4H30 de travail ont été nécessaires pour traiter le fichier STL, (Figure 3).

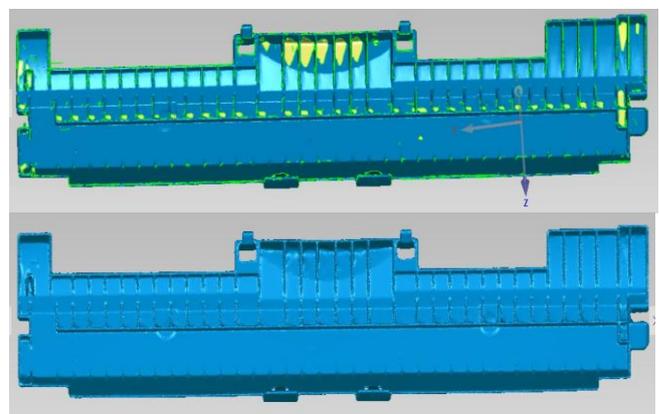


Figure 3. FICHIER STL DE LA PIÈCE AVANT (AU-DESSUS) ET APRES CORRECTION (EN-DESSOUS).

### C. Reconstruction de surface de la pièce

Le Fichier STL a pour avantage d'être lu par de nombreux logiciels. Cependant, dans le cadre de ce travail, son utilisation directe pour réaliser une simulation numérique n'est possible, selon nos connaissances, que sous le logiciel HYPERMESH V.13. [7]. Cette solution a été testée par nos soins. Malheureusement, le maillage utilisé pour la simulation n'a pas pu être généré car le logiciel semble sensible à la qualité du STL. Par la suite, nous avons envisagé de reconstruire la géométrie à l'aide de surfaces [7]. Cette opération peut être réalisée dans certains logiciels de CAO comme CATIA [8] ou dans des logiciels de post-traitement comme GEOMAGIC-Studio 2014. Notons que certains logiciels comme GEOMAGIC Design X permettent une reconstruction de la pièce à partir de volumes élémentaires.

Dans ce travail, GEOMAGIC-Studio 2014 a été utilisé pour reconstruire les surfaces. La création de ces surfaces se réalise en plusieurs étapes ; le logiciel détecte les courbures de la pièce et extrait des contours fermés. Ces contours fermés sont ensuite divisés en patches constitués de grilles sur lesquelles reposent les surfaces. Cette opération est réalisée soit manuellement ou automatiquement. L'opération manuelle est relativement longue et nécessite une certaine maîtrise du logiciel pour pouvoir obtenir une reconstruction surfacique de très bonne qualité. Quant à son homologue automatique, le processus de reconstruction est plus rapide mais la disposition des patches n'est pas cohérente avec certains aspects géométriques de la pièce. Toutefois, nous avons délibérément choisi cette dernière voie afin de tester les effets d'une reconstruction automatique dans une simulation numérique de la pièce. Une fois la surface de la pièce créée (Figure 4), celle-ci est enregistrée sous le format IGES puis importée sous le logiciel CATIA V5-6R2013 [8] dans l'atelier surfacique «Generative Shape Design » pour générer un volume de la pièce (Figure 5). Celui-ci est ensuite enregistré sous le format STEP. La durée de la reconstruction de surface jusqu'à la création du volume est d'environ 15 minutes.

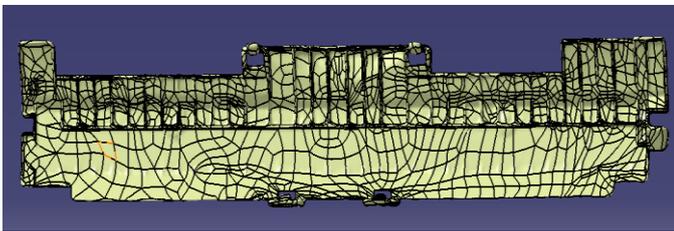
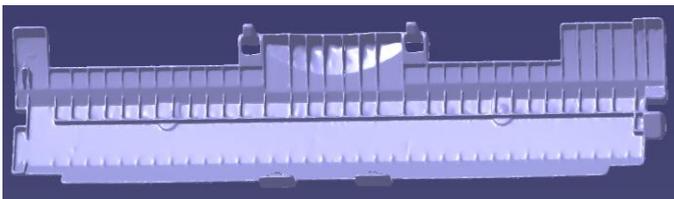


Figure 4. RECONSTRUCTION DE SURFACES AUTOMATIQUE.



La Figure 6 rappelle les différentes étapes effectuées; de la numérisation de la pièce à la génération du STEP.

Dans la section IV nous présentons les résultats d'une modélisation par éléments finis volumiques permettant d'obtenir les premiers modes et les premières fréquences de vibration. Afin de disposer d'une base de comparaison des résultats numériques obtenus, nous avons effectué une étude expérimentale décrite dans la section suivante.

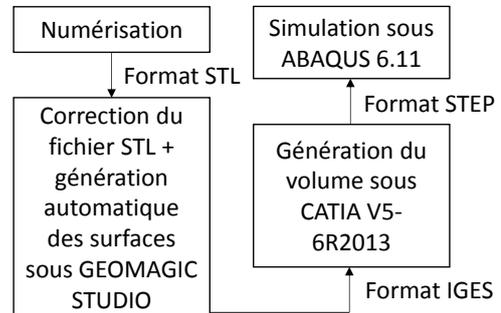


Figure 6. CHAINE NUMERIQUE UTILISEE DANS CETTE ETUDE

### III. ANALYSE EXPERIMENTALE.

Un vibromètre laser à balayage disponible au laboratoire Roberval (équipe acoustique, UTC) a été utilisé pour caractériser les premiers modes propres et fréquences propres associées, en conditions dites « libre-libre ». La figure 7 représente la pièce suspendue et le pot vibrant.

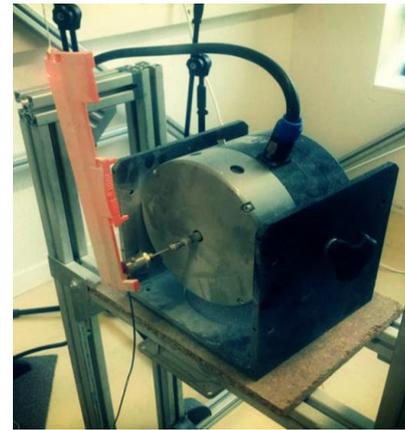


Figure 7. PIECE SUSPENDUE ET POT VIBRANT.

Les fréquences moyennes non nulles obtenues pour les quatre premiers modes sont :  $f_1= 130,9$  Hz ;  $f_2= 221.3$  Hz ;  $f_3= 305,2$  Hz ;  $f_4= 458,8$  Hz respectivement.

### III. MODELISATION PAR ELEMENTS FINIS VOLUMIQUES.

L'étude numérique des différents modes propres de la pièce a été menée sous le logiciel ABAQUS 6.11 [9] utilisant des

éléments finis volumiques [10]. Les données matériaux du polystyrène sont le module d'Young 6000 MPa, le coefficient de Poisson 0.35 et la masse volumique 1050 Kg/m<sup>3</sup>. Aucune condition aux limites n'a été appliquée sur le modèle. Pour cette étude, deux types d'élément solide tétraédrique, possédant 4 nœuds (linéaire T4) et 10 nœuds (quadratique T10) avec trois degrés de liberté par nœud, ont été utilisés. Le Tableau 1 caractérise différents maillages de la pièce avec une taille moyenne d'éléments variant de 0.36mm à 1mm ce qui représente entre 1 à 4 éléments dans l'épaisseur.

Nombre d'élément	Taille moyenne de l'élément (mm)	Nombre de degrés de liberté Eléments T4 / T10
72300	1,11	68568 / 415848
107612	0,97	99609 / 609870
137397	0,90	125481 / 772431
244627	0,74	208395 / 1319238
529006	0,57	405135 / 2676672
947030	0,47	683286 / -none-
2113716	0,36	1416837 / -none-

TABLEAU 1. PROPRIETES DES DIFFERENTS MAILLAGES

La Figure 8 montre, une distribution hétérogène dans la taille des éléments dans le maillage de la pièce. Cette distribution est influencée par les frontières des patches positionnés automatiquement par GEOMAGIC-Studio 2014. De plus, on observe des éléments distordus, mais tolérés par le calcul, à proximité des jonctions de quelques patches. Notons que la présence de ces jonctions a empêché la génération de maillages avec certaines tailles moyennes d'éléments parfois comprises dans l'intervalle étudié [0.36mm-1mm]. Pour l'ensemble des maillages, le temps de calcul est de l'ordre d'une dizaine de minutes.



Figure 8. MAILLAGE TRIDIMENSIONNEL POUR L'ANALYSE MECANIQUE 3D

Les fréquences propres calculées sont présentées pour les modes 1 et 2 dans les Figures 9 et 10, respectivement, en fonction du nombre de degrés de liberté (ddl). On observe, pour les éléments T4, une lente convergence des fréquences propres. En effet, pour le maillage le plus fin, des fréquences de 151Hz (soit une erreur de 15% avec l'expérience) et de 216Hz (soit une erreur de 2% avec l'expérience) ont été obtenues respectivement pour les modes 1 et 2 alors que pour les éléments T10, la convergence des fréquences est déjà atteintes pour le maillage le plus grossier. En effet, les fréquences propres calculées sont de 125Hz (soit une erreur de 5% avec l'expérience) et de 194Hz (soit une erreur de 12% avec l'expérience) avec une plus grande erreur dans le cas du

mode 2. Cette convergence plus rapide pour les T10 s'explique par le nombre plus important de degrés de liberté dans chaque élément en rapport avec des fonctions d'interpolation de degré 2 utilisées, permettant de mieux approcher la solution théorique.

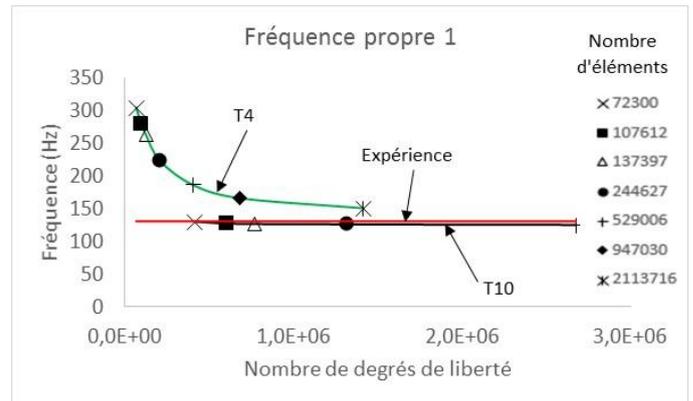


Figure 9. PREMIERE FREQUENCE PROPRE EN FONCTION DU NOMBRE DE DEGRES DE LIBERTE

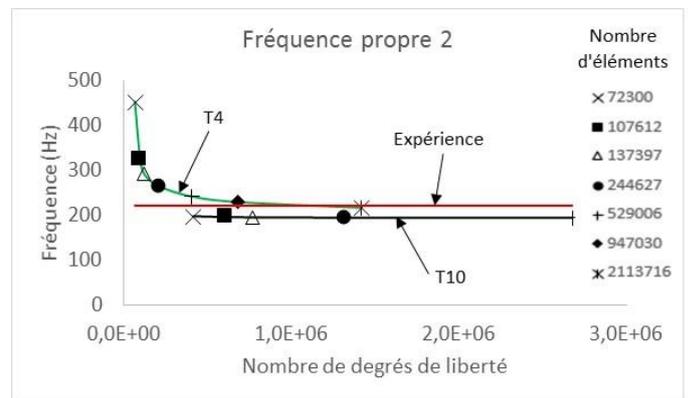


Figure 10. SECONDE FREQUENCE PROPRE EN FONCTION DU NOMBRE DE DEGRES DE LIBERTE

Les modes de déformation de la pièce sont présentés dans les Figures 11 et 12 sont représentatifs de ceux observés expérimentalement.

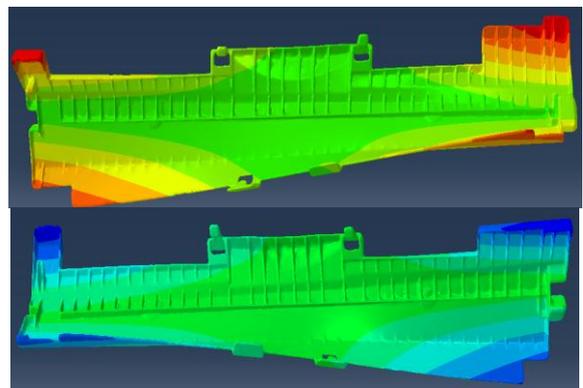


Figure 11. DEFORMEE MODALE DE LA PIECE EN MODE 1

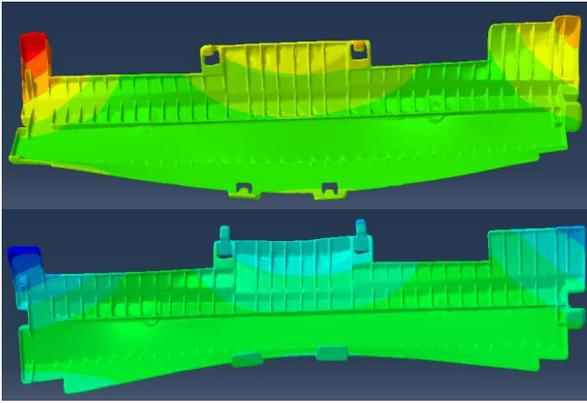


Figure 12. DEFORMEE MODALE DE LA PIECE EN MODE 2

Cette étude numérique montre que la reconstruction automatique utilisée dans GEOMAGIC-Studio 2014 permet d’avoir une bonne approximation des résultats d’une analyse modale. Toutefois, il est recommandé de reconstruire manuellement la forme de la pièce pour obtenir une géométrie plus précise.

Concernant les résultats éléments finis obtenus, les commentaires suivants sont proposés :

- pour le mode 1, une bonne corrélation avec le résultat expérimental nécessite plus de 2 millions d’éléments T4 (ou plus de 1,5 millions de ddl). Il y a alors 3 à 4 éléments dans l’épaisseur. En utilisant l’élément T10 72300 éléments « suffisent » (ou 415848 ddl). Il peut n’y avoir qu’un seul élément dans l’épaisseur.
- Pour le mode 2 des commentaires du même type peuvent être faits, en notant tout de même une convergence atteinte avec un maillage plus grossier (947000 éléments au lieu de 2 millions). Il est aussi probable que le maillage en éléments finis T10 aurait pu être plus grossier (moins de 72300 éléments).

#### IV. MODELE CAO SIMPLIFIE ET MODELISATION PAR ELEMENTS FINIS DE TYPE COQUE

Etant donné la nature géométrique de la pièce de la Figure 1, nous avons également construit un modèle géométrique simplifié. Ce modèle est de type surfacique avec épaisseur définie pour chaque surface (modèle dit 2D 1/2). Les caractéristiques de chaque surface sont obtenues par de simples mesures manuelles (pied à coulisse, micromètre). Des simplifications locales ont été admises, car sans pertinence pour le comportement mécanique. Le modèle géométrique obtenu est présenté sur la figure 13. Il a été obtenu en utilisant le logiciel SOLIDWORKS [11]. Il est ensuite exporté vers ABAQUS [9] sous forme d’un fichier .STEP pour une analyse par éléments finis de type coques, soit en utilisant les éléments S3 et S4R d’ABAQUS [9] Ces éléments classiques à 3 ou 4 nœuds possèdent 6 ddl/nœud (3 déplacements et 3 rotations) et incluent les effets de membrane, de flexion et de cisaillement

transversal [10] (même si dans le problème traité les effets de cisaillement transversal sont faibles).

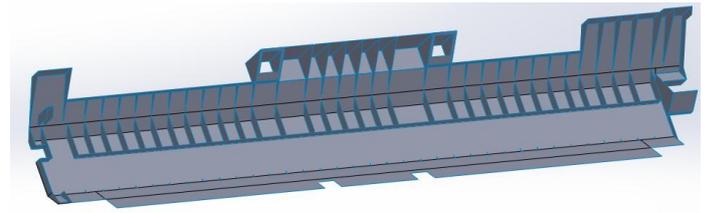


Figure 13. Modèle géométrique surfacique (2D et demi).

Différents maillages ont été considérés avec des éléments de taille moyenne 3, 2 et 1 mm, conduisant à 2984, 6436 et 21627 éléments (ce qui conduit à 38600 ddl dans ce maillage de taille 2 mm). Les valeurs des fréquences propres obtenues pour les modes 1 et 2 sont données dans le Tableau 2.

Taille de l'élément	Mode 1 EF	Nombre d'éléments	Mode 1 : Valeur expérimentale
3 mm	124.4 Hz	2984	130.9 Hz
2mm	126.8 Hz	6436	130.9 Hz
1 mm	126.9 Hz	21627	130.9 Hz

Taille de l'élément	Mode 2 EF	Nombre d'éléments	Mode 2 : Valeur expérimentale
3 mm	204.8 Hz	2984	221.3 Hz
2mm	209.5 Hz	6436	221.3 Hz
1 mm	208.3 Hz	21627	221.Hz

Tableau 2 : Influence des maillages par éléments finis de type coque sur les fréquences des modes 1 et 2 ; comparaison avec l’expérience.

On observe de très bons résultats pour les différents maillages. Par exemple pour le maillage de taille moyenne 2mm, on obtient un écart de -3.% pour le mode 1 et de -5.3% pour le mode 2, comparés aux valeurs expérimentales. Des maillages plus grossiers auraient pu ainsi être considérés. Les modes propres obtenus sont du même type que dans le cas de la modélisation par élément finis 3D et que dans le cas des observations expérimentales.

#### VI. CONCLUSIONS. REMARQUES.

La numérisation d’une pièce élancée à parois minces et renforts multiples est relativement longue de par sa géométrie complexe. Celle-ci nécessite plusieurs scans de la même zone

avec différentes orientations afin de capturer le maximum d'informations notamment le fond des cavités formées par les raidisseurs. De plus, la faible épaisseur des raidisseurs est une difficulté supplémentaire puisque celle-ci apparaît distordue dans sa représentation numérique. Il est effectivement possible de modifier le champ de la caméra afin d'obtenir une image plus détaillée des renforts. Cependant, le temps de numérisation augmenterait, d'une part, à cause du nombre croissant de prises de vue car la zone balayée par le dispositif serait plus petite et, d'autre part, par la durée impliquée par une nouvelle calibration du scanner. Il est clair qu'une acquisition plus précise de l'objet en trois dimensions réduirait le temps de correction du fichier STL. Concernant la phase de reconstruction de la pièce par des surfaces, nous avons fait le choix de la réaliser en automatique pour obtenir rapidement une géométrie. Cependant, nous sommes conscients que la surface de l'objet est d'une moins bonne qualité que celle réalisée par une reconstruction manuelle.

Comme dans d'autres situations de « CAO Mécanique », il convient de distinguer deux objectifs, celui de la modélisation géométrique destinée à une visualisation, à une animation, à un bon rendu réaliste (et aujourd'hui à une reproduction/impression) rapide et celui d'une modélisation mécanique estimant l'état de contraintes ou les caractéristiques dynamiques principales. Bien sûr le premier type de modélisation exige une description surfacique de bonne qualité, alors que le second aspect de modélisation est moins « exigeant » en ce qui concerne la qualité de la surface. Un autre volet de l'étude effectuée concerne le choix du modèle éléments finis pour l'analyse mécanique d'une structure à parois mince. C'est un vieux sujet mais toujours d'actualité dans les bureaux de calcul! Nos calculs montrent qu'en ce qui concerne les premières fréquences, des résultats corrects peuvent être obtenus avec une seule couche d'éléments finis volumiques quadratiques tétraédriques (T10) dans l'épaisseur, mais qu'il en faudra plusieurs couches si on veut utiliser des éléments linéaires tétraédriques T4. L'autre alternative de calcul consiste à modéliser la structure à parois minces par éléments finis de type coque [10], c'est extrêmement performant (plus de 10 fois moins de ddl entre modélisation coque et modélisation par éléments finis volumiques), mais il faut définir une surface moyenne et une épaisseur en chaque point. Lorsque l'on dispose d'un modèle géométrique 3D, ce n'est pas simple de définir une surface moyenne (nous ne l'avons pas fait). Cependant si la pièce présente des caractéristiques géométriques assez simples, on peut construire un modèle simplifié « 2D et demi » pour permettre une analyse par éléments finis de type coque. C'est ce que nous avons proposé dans cet article. Pour les spécialistes, il reste encore un choix, une décision à prendre : celui du type d'éléments finis de coque, mais le logiciel commercial utilisé est à prendre en compte !

Une autre alternative pour la modélisation mécanique du type de pièce mince traitée ici, est d'utiliser des éléments finis de type « solides-coque », [12] [13] associant une représentation géométrique 3D (mais décrite par les surfaces externes) et des éléments finis hexahédriques ou prismatiques, avec un seul

élément dans l'épaisseur, éléments qui ont été développés pour représenter correctement le comportement de coques minces (élément SC8R dans ABAQUS [9], par exemple). La modélisation de la structure de la Figure 1 par éléments finis solides-coques est une perspective de travaux futurs.

REMERCIEMENTS : Une partie des travaux présentés a bénéficié d'un soutien de l'Idex SUPER (Sorbonne Universités), projet SATS-SU : PLEMO3D. Nous remercions également MM. A. Durupt, P. Pouille et F. Foucart du laboratoire Roberval, UTC, pour leurs conseils et travaux.

## V. REFERENCES

- [1] E.J. CHIKOFSKY, J.H. CROSS Reverse Engineering and Design Recovery: A Taxonomy. IEEE Software 7(1):13-17,1990
- [2] A. BERNARD, Reverse engineering for rapid product development : a state of the art, in Proceedings of SPIE-The International Society for Optical Engineering, Three dimensional, 1999
- [3] M.I OUAMER-ALI, F. LAROCHE, A. BERNARD, S. REMY. Toward a methodological knowledge based approach for partial automation of reverse engineering. Procedia CIRP, 21, 270-275, 2014
- [4] C. BARLIER, A. BERNARD. Fabrication Additive : du prototypage rapide à l'impression 3D, Edition Dunod, L'Usine Nouvelle, N° ISBN/ISSN 978-2-10-071139-0, 2015
- [5] BREUCKMANN, <http://www.breuckmann.com>
- [6] GEOMAGIC, <http://www.geomagic.com>
- [7] HYPERMESH, <http://www.altairhyperworks.com>
- [8] CATIA V5-6R2013, <http://www.3ds.com/products-services/catia>
- [9] ABAQUS, <http://www.3ds.com/fr/produits-et-services/simulia/produits/abaqus/>
- [10] J.L. BATOZ, G. DHATT, "Modélisation des structures par éléments finis", Vol. 1, 2 et 3, Hermès 1990, 1992
- [11] SOLIDWORKS, <http://www.solidworks.com>
- [12] M. HANNACHI, H. NACEUR, J.L. BATOZ, "Continuum based Solid-Shell Element Modeling for the Optimization of Composite Multilayered Structures", International Review of Mechanical Engineering, Vol. 1, Issue 4, pp. 150-163, 2007
- [13] H. NACEUR, S. SHIRI, D. COUTELLIER, J.L. BATOZ, "On the Modeling and Design of Composite Multilayered Structures using Solid-Shell Finite Element Model", Finite Elements in Analysis & Design, Elsevier, 1-April-2013, DOI 10.1016/j.finel.2013.02.004